ГУАП
Кафедра № 3

Отчет
Защищен с оценкой Хор+

Преподаватель

доцент, к.ф.-м.н. | (Шифрин) 12.04.18 | Б.Ф. Шифрин
--- | --- | ---
должность, уч. степень, звание | подпись, дата | инициалы, фамилия

Отчет о лабораторной работе № 8
Столкновение шаров
по курсу: общая физика

Работу выполнила
студентка гр. 5736 | | А.П. Куст
--- | --- | ---
| подпись, дата | инициалы, фамилия

Санкт-Петербург
2018

1. Цель работы:

Проверка законов сохранения импульса и энергии; определение деформации шаров и силы удара.

2. Описание лабораторной установки.

На верхнем кронштейне прикреплен вороток и приспособление, при помощи которых устанавливают расстояние между шарами в положении равновесия и длину подвеса. На нижнем кронштейне закреплены угловые шкалы и электромагнит, который можно закреплять в различных положениях меняя тем самым начальное положение шара. Силу электромагнита можно регулировать воротком. Угловые шкалы могут передвигаться вдоль нижнего кронштейна. Время столкновения измеряется микросекундомером, показания которого выводятся на лицевой панели.

3. Рабочие формулы.

Импульс до удара: $P = m\vartheta = 2m\sqrt{gL}\sin\left(\frac{\alpha_1}{2}\right)$; (3.1)

Энергия до удара: $E = \frac{m\vartheta^2}{2} = 2mgL\sin^2\left(\frac{\alpha_1}{2}\right)$; (3.2)

Скорость после удара: $\vartheta' = 2\sqrt{gL}\sin\left(\frac{\alpha'}{2}\right)$; (3.3)

Импульс после удара: $P' = 2\sqrt{gL}\left\{m\sin\left(\frac{\alpha'_2}{2}\right) - m\sin\left(\frac{\alpha'_1}{2}\right)\right\}$; (3.4)

Энергия после удара: $E' = 2gLm\left\{\sin^2\left(\frac{\alpha'_2}{2}\right) - \sin^2\left(\frac{\alpha'_1}{2}\right)\right\}$; (3.5)

Относительная потеря импульса и энергии:

$\delta_P = 1 - \frac{P'}{P}$ (3.6); $\delta_E = 1 - \frac{E'}{E}$; (3.7)

Приведенная масса: $\mu = \frac{m^2}{2m} = \frac{m}{2}$; (3.8)

Приведенная жесткость шаров: $k = \mu\pi^2 : \tau^2$; (3.9)

Деформация шаров: $x = \frac{2\tau}{\pi}\sqrt{gL}\sin\left(\frac{\alpha_1}{2}\right)$; (3.10)

Максимальная сила удара: $F = \frac{2\pi\mu}{\tau}\sqrt{gL}\sin\left(\frac{\alpha_1}{2}\right)$; (3.11)

4. Результаты вычислений

Найдем импульс системы до удара по формуле (3.1):

$$P = 2m\sqrt{gl}\,\sin\left(\frac{\alpha_1}{2}\right) = 2\cdot 0{,}113\cdot\sqrt{10\cdot 0{,}49}\cdot\sin\left(\frac{10^\circ}{2}\right) = \approx 0{,}0436\left(\frac{кг}{м\cdot с}\right),$$

Энергию до удара по формуле (3.2):

$$E = 2mgl\,\sin^2\left(\frac{\alpha_1}{2}\right) = 2\cdot 0{,}113\cdot 10\cdot 0{,}49\cdot\sin^2\left(\frac{10^\circ}{2}\right) = \approx 0{,}0084\,(Дж),$$

Скорость правого шара после удара по формуле (3.3):

$$v'_п = 2\sqrt{gl}\,\sin\left(\frac{\alpha'_1}{2}\right) = 2\cdot\sqrt{4{,}9}\cdot\sin\left(\frac{0{,}45^\circ}{2}\right) = 0{,}017\,(м/с),$$

... левого шара:

$$v'_л = 2\sqrt{gl}\,\sin\left(\frac{\alpha'_2}{2}\right) = 2\cdot\sqrt{4{,}9}\cdot\sin\left(\frac{8{,}45^\circ}{2}\right) = 0{,}326\,(м/с),$$

Импульс после удара по формуле (3.4):

$$P' = 2m\sqrt{gl}\left(\sin\left(\frac{\alpha'_2}{2}\right) - \sin\left(\frac{\alpha'_1}{2}\right)\right) = 2\cdot 0{,}113\cdot\sqrt{4{,}9}\cdot\left(\sin\left(\frac{8{,}45^\circ}{2}\right) - \sin\left(-\frac{0{,}45}{2}\right)\right) =$$

$$= 0{,}5\cdot(\sin 4{,}225^\circ + \sin 0{,}225^\circ) = \approx 0{,}039\left(\frac{кг}{м\cdot с}\right),$$

Энергию после удара по формуле (3.5):

$$E' = 2mgl\left(\sin^2\left(\frac{\alpha'_2}{2}\right) - \sin^2\left(\frac{\alpha'_1}{2}\right)\right) = 2\cdot 0{,}113\cdot 10\cdot 0{,}49\cdot\left(\sin^2\left(\frac{8{,}45}{2}\right) -\right.$$

$$\left. - \sin^2\left(-\frac{0{,}45}{2}\right)\right) = 0{,}006\,(Дж),$$

Относительные потери по формулам (3.6) и (3.7):

$$\delta_P = 1 - \frac{P'}{P} = 1 - \frac{0{,}039}{0{,}043} = 0{,}093,$$

$$\delta_E = 1 - \frac{E'}{E} = 1 - \frac{0{,}006}{0{,}0084} = 0{,}286,$$

По формуле (3.8): $\mu = \frac{m}{2} = \frac{0{,}113}{2} = 0{,}0565\,(кг)$,

По формуле (3.9): $K = \frac{\mu\pi^2}{\tau^2} = \frac{0{,}0565\cdot 3{,}14^2}{(108{,}6\cdot 10^{-6})^2} = 4{,}7\cdot 10^7$

По формуле (3.10):

$$X = \frac{2\tau}{\pi}\sqrt{gl}\,\sin\left(\frac{\alpha_1}{2}\right) = \frac{2\cdot 108{,}6\cdot 10^{-6}}{3{,}14}\cdot\sqrt{0{,}49\cdot 10}\cdot$$

$$\cdot\sin\left(\frac{10^\circ}{2}\right) = 13{,}4\cdot 10^{-6}$$

По формуле (3.11): $F = \frac{2\pi\mu}{\tau}\sqrt{gl}\,\sin\left(\frac{\alpha_1}{2}\right) = \frac{2\cdot 3{,}14\cdot 0{,}0565}{108{,}6\cdot 10^{-6}}\cdot$

$$\cdot\sqrt{0{,}49\cdot 10}\cdot\sin\left(\frac{10^\circ}{2}\right) = 630\,(Н).$$

5. Вычисление погрешностей.

5.1. Систематические погрешности

$\Theta_t = 5\cdot10^{-6}(c)$; $\Theta_\alpha = 0{,}25^\circ$

$\Theta_l = 5\cdot10^{-3}(м)$.

$$\Theta_x = x\left(\frac{\Theta_t}{t} + \frac{\Theta_l}{2l} + \frac{\Theta_\alpha}{2tg(\frac{\alpha}{2})}\right) = 13{,}4\cdot10^{-6}\cdot\left(\frac{5\cdot10^{-6}}{108{,}6\cdot10^{-6}} + \frac{5\cdot10^{-3}}{0{,}49} + \frac{0{,}5\cdot\pi}{180\cdot2tg5}\right) =$$

$$= 13{,}4\cdot10^{-6}\cdot(0{,}046 + 0{,}01 + 0{,}05) \approx 1{,}42\cdot10^{-6}\ (м)$$

$$\Theta_F = F\left(\frac{\Theta_t}{t} + \frac{\Theta_l}{2l} + \frac{\Theta_\alpha}{2tg(\frac{\alpha}{2})}\right) = 630\cdot(0{,}046 + 0{,}01 + 0{,}05) = 66{,}78\ (Н)$$

$$\Theta_{\delta_p} = \delta_p\left(\frac{\Theta_t}{t} + \frac{\Theta_l}{2l} + \frac{\Theta_\alpha}{2tg(\frac{\alpha}{2})}\right) = 0{,}093\cdot0{,}106 = 9{,}858\cdot10^{-3}$$

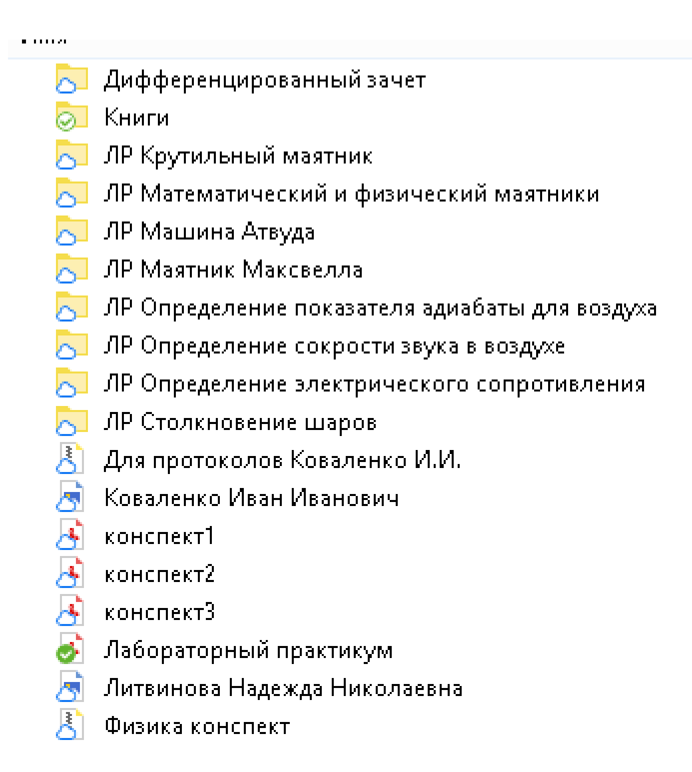
$$\Theta_{\delta_E} = \delta_E\left(\frac{\Theta_t}{t} + \frac{\Theta_l}{2l} + \frac{\Theta_\alpha}{2tg(\frac{\alpha}{2})}\right) = 0{,}286\cdot0{,}106 = 0{,}030$$

5.2 Полная погрешность.

В случае, когда измеряются неслучайные по своей природе физические величины, случайные погрешности уже учтены в систематических. Объединять их в полную погрешность не надо. Полная погрешность равна систематической.

6. Вывод:

- Поскольку изменения импульса и энергии не равны, то законы сохранения действуют, следовательно, удар упругий.
- Деформация шаров равна $x = (13{,}4 \pm 1{,}42)\cdot10^{-6}$ (м)
- Сила удара $F = 630 \pm 66$ (Н)
- Потеря энергии составила $\approx 27\%$, следовательно, удар не упругий, а потеря импульса связана с тем, что удар не центральный.




СКАЧАТЬ https://yadi.sk/d/RqO8HPxTfh0z_w
СКАЧАТЬ https://archive.org/details/@guap4736_vkclub152685050



## Лабораторная работа № 8

## СТОЛКНОВЕНИЕ ШАРОВ

*Цель работы*: проверка законов сохранения импульса и энергии; определение деформации шаров и силы удара.

### *Теоретические сведения*

Столкновением называется кратковременное взаимодействие тел, локализованное в малой области пространства. Во время столкновения тела деформируются, при этом часть кинетической энергии превращается в потенциальную энергию упругой деформации и во внутреннюю энергию тел. Выделяют два предельных случая: абсолютно упругий и абсолютно неупругий удары.

При абсолютно упругом ударе выполняются законы сохранения импульса и механической энергии. Кинетическая энергия полностью или частично превращается в потенциальную энергию упруго деформированных тел, которая после столкновения снова переходит в кинетическую энергию системы.

При абсолютно неупругом ударе потенциальной энергии упругой деформации не возникает, кинетическая энергия сталкивающихся тел полностью или частично превращается во внутреннюю энергию системы. Выполняются законы сохранения импульса и полной энергии. Механическая энергия при неупругом ударе не сохраняется.

Большинство реальных столкновений в механических системах можно отнести к промежуточному типу между абсолютно упругими и абсолютно неупругими. В них, как правило, сохраняется импульс и не сохраняется механическая энергия. *Импульс системы сталкивающихся тел не сохраняется в тех столкновениях, в которых на движение тел после взаимодействия накладываются какие-то ограничения.*

Рассмотрим взаимодействие двух металлических шаров с массами $m_1$ и $m_2$, повешенных на нитях длиной $\ell$. Будем считать, что удар является центральным, т. е. центры шаров лежат на линии, вдоль которой происходит взаимодействие. В исходном положении шары касаются друг друга. Если правый шар отклонить на угол $\alpha_1$ и отпустить, то к моменту его столкновения с неподвижным левым шаром он разовьет скорость $\upsilon_1 = \sqrt{2gh}$, где $h$ – начальная высота правого шара.

Поскольку $h = \ell - \ell\cos\alpha_1 = 2\ell\sin^2(\alpha_1/2)$ окончательно получаем

$$\upsilon_1 = 2\sqrt{g\ell}\sin\left(\alpha_1/2\right). \qquad (8.1)$$

Таким образом, можно найти импульс и энергию системы до удара:

$$P = m_1\upsilon_1 = 2m_1\sqrt{g\ell}\sin\left(\alpha_1/2\right), \qquad (8.2)$$

$$E = \frac{m_1\upsilon_1^2}{2} = 2m_1 g\ell\sin^2\left(\frac{\alpha_1}{2}\right). \qquad (8.3)$$

Скорости обоих шаров $\upsilon_1'$ и $\upsilon_2'$ после столкновения можно найти по формулам, аналогичным (8.1):

$$\upsilon_1' = 2\sqrt{g\ell}\sin\left(\alpha_1'/2\right); \qquad \upsilon_2' = 2\sqrt{g\ell}\sin\left(\alpha_2'/2\right); \qquad (8.4)$$

где $\alpha_1'$ и $\alpha_2'$ – углы максимальных отклонений шаров после удара.

Импульс системы после удара складывается из импульса каждого шара:

$$\vec{P}' = m\vec{\upsilon}_2' + m\vec{\upsilon}_1'.$$

Учитывая противоположные направления скоростей $\vec{\upsilon}_1'$ и $\vec{\upsilon}_2'$, имеем

$$P' = m_2\upsilon_2' - m_1\upsilon_1'. \qquad (8.5)$$

Энергия системы после удара складывается из энергии каждого шара:

$$E' = \frac{m_1\upsilon_1'^2}{2} + \frac{m_2\upsilon_2'^2}{2}. \qquad (8.6)$$

Подставим (8.4) в эти формулы и запишем окончательные выражения:

$$P' = 2\sqrt{g\ell}\left\{m_2\sin\left(\alpha_2'/2\right) - m_1\sin\left(\alpha_1'/2\right)\right\}; \qquad (8.5a)$$

$$E' = 2g\ell\left\{m_2\sin^2\left(\alpha_2'/2\right) + m_1\sin^2\left(\alpha_1'/2\right)\right\}. \qquad (8.6a)$$

Найдем относительную потерю импульса и энергии при столкновении:

$$\delta_P = \frac{P - P'}{P} = 1 - \frac{P'}{P}; \qquad (8.7)$$

$$\delta_E = \frac{E - E'}{E} = 1 - \frac{E'}{E}. \qquad (8.8)$$

При малых углах отклонения шаров, когда $\sin\alpha = \alpha$, $\sin\alpha_1 = \alpha_1$, $\sin\alpha_2 = \alpha_2$, эти формулы преобразуются к виду:

$$\delta_P = 1 - \frac{m_2\alpha_2' - m_1\alpha_1'}{m_1\alpha_1}; \qquad (8.7а)$$

$$\delta_E = 1 - \frac{m_2{\alpha_2'}^2 + m_1{\alpha_1'}^2}{m_1{\alpha_1}^2}. \qquad (8.8а)$$

При равных массах шаров формулы становятся еще проще

$$\delta_P = 1 - \frac{\alpha_2' - \alpha_1'}{\alpha_1}; \qquad (8.7б)$$

$$\delta_E = 1 - \frac{{\alpha_2'}^2 + {\alpha_1'}^2}{{\alpha_1}^2}. \qquad (8.8б)$$

Если считать рассматриваемое столкновение упругим, т.е. подчиняющимся закону Гука, то время такого столкновения должно быть равно половине периода гармонических колебаний:

$$\tau = \frac{T}{2} = \pi\sqrt{\frac{\mu}{k}}, \qquad (8.9)$$

где $\mu$ – приведенная масса, а $k$ – приведенная жесткость шаров

$$\mu = \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2}; \quad k = \frac{k_1 k_2}{k_1 + k_2}; \quad \frac{1}{k} = \frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2}. \qquad (8.10)$$

Приведенная жесткость численно равна силе, под действием которой расстояние между шарами уменьшается на единицу длины. Ее можно найти, зная массы шаров и время их контакта при ударе:

$$k = \mu\pi^2 / \tau^2. \qquad (8.11)$$

Хотя мы договорились считать удар упругим, это не значит, что вся кинетическая энергия первого шара переходит при взаимодействии в потенциальную. Для нахождения доли кинетической энергии, которая в потенциальную не превращается, рассмотрим

столкновение в системе центра масс шаров. Если первый шар движется до удара со скоростью $\upsilon$, а второй покоится, то их центр масс движется со скоростью

$$\upsilon_C = \frac{m_1 \upsilon}{m_1 + m_2}, \tag{8.12}$$

которая по закону сохранения импульса остается постоянной и до, и во время, и после столкновения. Кинетическую энергию системы перед ударом можно представить суммой трех слагаемых: кинетических энергий каждого из шаров относительно выбранной системы отсчета и произведения полу-суммы их масс на квадрат скорости их центра масс:

$$E = E_1 + E_2 + \frac{1}{2}(m_1 + m_2)\upsilon_c^2 \tag{8.13}$$

В потенциальную энергию упругой деформации превратятся лишь два первых слагаемых, поскольку скорость $\upsilon_C$ при взаимодействии остается неизменной, и третье слагаемое является кинетической энергии системы двух шаров в момент их максимальной деформации;

$$E_1 + E_2 = E_\Pi \quad . \tag{8.14}$$

Модули скоростей каждого из шаров относительно их центра масс найдем по следующим формулам:

$$\upsilon_1 = \upsilon - \upsilon_C = \frac{m_1 \upsilon}{m_1 + m_2}; \qquad \upsilon_2 = \upsilon_C = \frac{m_1 \upsilon}{m_1 + m_2}. \tag{8.15}$$

Здесь $\upsilon$ скорость сближения шаров или скорость первого шара до удара в лабораторной системе отсчета. Подставим эти скорости в (8.14):

$$\begin{gathered} \frac{m_1 m_2^2 \upsilon^2}{2(m_1 + m_2)^2} + \frac{m_2 m_1^2 \upsilon^2}{2(m_1 + m_2)^2} = E_\Pi; \quad \Rightarrow \\ \frac{m_1 m_2 \upsilon^2}{2(m_1 + m_2)} = \frac{1}{2}kx^2; \quad \Rightarrow \quad \frac{1}{2}\mu\upsilon^2 = \frac{1}{2}kx^2; \quad \Rightarrow \quad x = \upsilon\sqrt{\mu/k}. \end{gathered} \tag{8.16}$$

Под величиной $x$ здесь следует понимать уменьшение расстояния между центрами шаров. Смысл этой величины ясен из рис. 8.1. Сравнивая формулу (8.16) с (8.8) и принимая во внима-

ние (8.1), получаем окончательно для деформации шаров во время удара:

$$x = \frac{\upsilon\tau}{\pi} = \frac{2\tau}{\pi}\sqrt{g\ell}\,\sin\left(\frac{\alpha_1}{2}\right). \qquad (8.17)$$

Максимальную силу удара можно найти из закона Гука и выражения для приведенной жесткости (8.11):

$$F = kx = \frac{2\pi\mu}{\tau}\sqrt{g\ell}\,\sin\left(\frac{\alpha_1}{2}\right). \qquad (8.18)$$

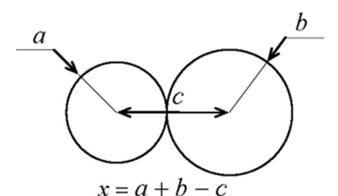



*Рис. 8.1. Деформация шаров*

### *Лабораторная установка*

Внешний вид лабораторной установки приведен на рис. 8.2. На верхнем кронштейне прикреплен вороток 1 и приспособление 2, при помощи которых устанавливают расстояние между шарами в положении равновесия и длину подвески. На нижнем кронштейне закреплены угловые шкалы 3 и электромагнит 4, который можно закреплять в различных положениях меняя тем самым начальное положение шара. Силу электромагнита можно регулировать воротком 5. Угловые шкалы могут передвигаться вдоль нижнего кронштейна. Время столкновения измеряется микросекундомером, показания которого выводятся на лицевой панели 6.

Нажатие кнопки “Сеть” подает питающее напряжение на установку. Кнопка “Сброс” служит для обнуления показаний измерителя времени. При нажатии на нее одновременно подается напряжение на электромагнит, и он удерживает шар в начальном положении. Отпускается шар нажатием кнопки “Пуск”.

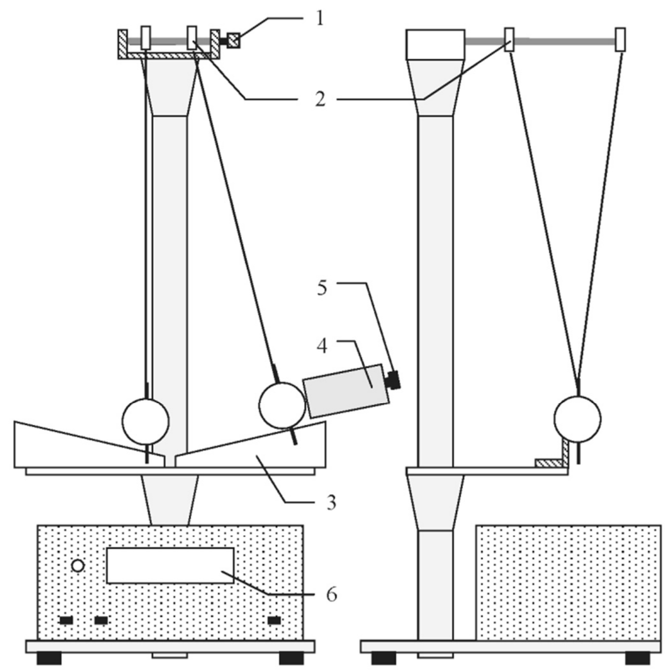



*Рис. 8.2. Внешний вид лабораторной установки*

### *Задания и порядок их выполнения*

До начала измерений необходимо ознакомиться с установкой и настроить ее:

шары в нижнем положении должны слегка касаться друг друга. При этом указатели должны показывать нули на шкалах;

электромагнит устанавливается на такой высоте, чтобы его ось была продолжением черты на шаре. Силу электромагнита следует отрегулировать так, чтобы он удерживал шар;

особое внимание нужно уделить тому, чтобы удар получился центральным. Для этого положение шаров нужно регулировать как по вертикали, так и по горизонтали.

*Описанные действия нужно выполнить на данной установке очень тщательно. Невыполнение их приводит к неконтролируемым потерям энергии и импульса.*

*Задание 1*. Проверить выполнение законов сохранения импульса и энергии.

*Задание 2*. Найти деформацию шаров.

*Задание 3.* Найти максимальную силу удара.

До столкновения нужно установить угол $\alpha_1$. После столкновения нужно измерить $\alpha_1'$ и $\alpha_2'$ – углы максимального отклонения шаров. *Учесть, что угол* $\alpha_1'$ *положителен, если шар отклоняется направо, и отрицателен – если налево.* Оба эти угла нужно измерять после первого касания шаров. Сделать это сложно. Проще и точнее измерения углов $\alpha_1'$ и $\alpha_2'$ проводить следующим способом:

измерить угол $\alpha_1$ и отпустить правый шар;

после удара измерить отклонение левого шара $\alpha_2'$;

установить правый шар на тот же угол $\alpha_1$ и вновь отпустить его;

после удара поймать рукой левый шар и заметить, в какую сторону двинется правый;

правый будет совершать колебания, измерить их амплитуду и, учитывая знак, записать угол отклонения $\alpha_1'$.

Длительность контакта измеряется микросекундомером. Величины $m_1$ и $m_2$, фигурирующие в формулах, включают в себя массы шаров и массы подвесок, которые указаны на установке. Длину подвески нужно измерять линейкой от оси до середины шара.

Относительные потери импульса и энергии при ударе рассчитать по формулам (8.7а), (8.8а) или (8.7б), (8.8б). Сделать заключение, каким является взаимодействие: упругим или нет. Если при ударе не сохранился импульс, то высказать предположение, с чем это связано. В любую из этих четырех формул углы отклонения можно подставлять в градусах.

Для получения надежных данных каждое прямое измерение повторить не менее 10 раз. Из числа измерений нужно исключить явные ошибки – промахи. При расчетах пользоваться средними значениями.

Деформацию шаров найти по формуле (8.17), а максимальную силу удара по формуле (8.18).

При вычислениях принять следующие значения систематических погрешностей прямых измерений:

погрешность измерения длины – $\theta_l = 5$ мм,

погрешность измерения времени – $\theta_t = 5$ мкс,

погрешность измерения угла $\alpha_1$ – цена деления,

погрешность измерения углов $\alpha_1'$ и $\alpha_2'$ – две цены деления.

Для значений всех найденных величин – коэффициентов потери импульса и энергии, для максимальной деформации шаров и для максимальной силы удара нужно найти систематические погрешности.

Кроме систематических погрешностей нужно вычислить также случайные и полные погрешности.

### *Контрольные вопросы*

1. Какой удар называют абсолютно упругим и какой – абсолютно неупругим?
2. Как найти центр масс системы материальных точек?
3. Как найти скорость центра масс системы материальных точек?
4. Почему при абсолютно упругом ударе не вся кинетическая энергия превращается в потенциальную?
5. Чему равна кинетическая энергия системы во время и после неупругого удара?
6. Какие значения величин $\delta_P$ и $\delta_E$ должны получиться для абсолютно упругого и абсолютно неупругого ударов?
7. В каких взаимодействиях не сохраняется импульс?
8. Какие случайные неконтролируемые факторы присутствуют в эксперименте?